

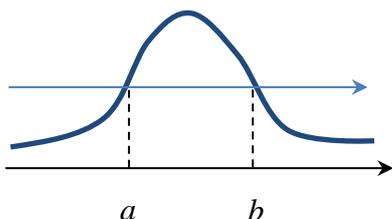
Квантовая механика. Физический факультет, 4 курс, 7 семестр.

Занятие №15. Квазиклассическое приближение: квазиклассический коэффициент прозрачности барьера.

1. Проверка д/з. Найти в квазиклассическом приближении уровни энергии частицы в поле

$$U(x) = k |x|, \quad k > 0.$$

2. Квазиклассический коэффициент прозрачности барьера

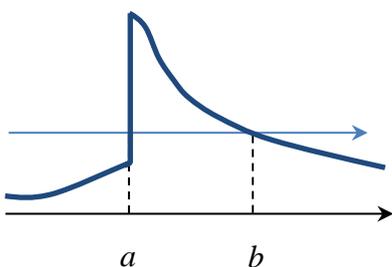


$$D \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_a^b |p(x)| dx\right). \quad (1)$$

Необходимое условие применимости формулы (1): $D \ll 1$, более точное условие применимости квазиклассического подхода:

$$\left| \hbar \frac{dp}{dx} \right| \ll |p|, \quad |p(x)| = \sqrt{2m(U(x) - E)}; \quad \lambda = \frac{\hbar}{|p(x)|}.$$

Для барьера с одной или двумя вертикальными стенками формула (1) справедлива по порядку величины с точностью до предэкспоненциального множителя



$$D \sim \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_a^b |p(x)| dx\right).$$

Задача 1. Оценить в квазиклассическом приближении коэффициент прозрачности барьера

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ U_0 \left(1 - \frac{x}{a}\right), & x > 0. \end{cases} \quad (\text{ГКК № 9.27})$$

Задача 2. Определить вероятность выхода частицы (с равным нулю моментом) из центрально симметричной ямы (α -распад)

$$U(r) = \begin{cases} -U_0, & 0 \leq r < r_0; \\ \frac{\alpha}{r}, & r > r_0. \end{cases} \quad (\text{ЛЛ §50(2)})$$

Домашнее задание: ГКК 9.26-9.29; ЛЛ §50(3)

Задача 1. Вычислить в квазиклассическом приближении коэффициент прозрачности параболического барьера вида

$$U(x) = \begin{cases} U_0(1 - x^2/a^2), & |x| < a, \\ 0, & |x| > a. \end{cases}$$

Указать критерий применимости полученного результата (при этом специально обсудить случай медленных частиц $E \rightarrow 0$). (ГКК. 9.26)

Задача 1. Оценить в квазиклассическом приближении коэффициент прозрачности барьера вида

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ U_0 \left(1 - \frac{x}{a}\right), & x > 0. \end{cases} \quad (\text{ГКК № 9.27})$$

Какова точность полученного результата.

Задача 3. То же, что и в предыдущей задаче, для барьера вида

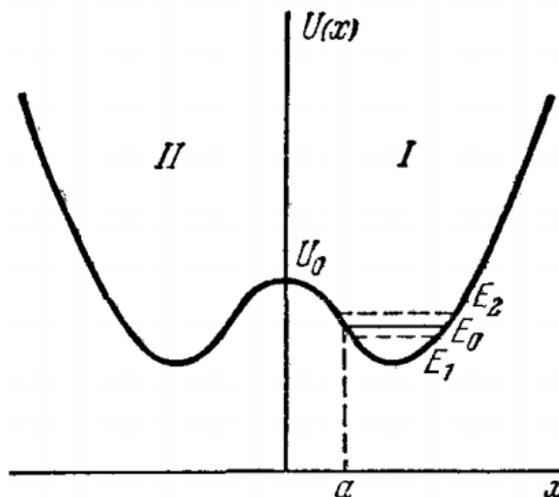
$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ U_0 \exp(-x/a), & x > 0. \end{cases} \quad (\text{ГКК № 9.28})$$

Задача 4. Вычислить в квазиклассическом приближении коэффициент прозрачности барьера

$$U(x) = \frac{U_0}{\text{ch}^2(x/a)}. \quad (\text{ГКК № 9.29})$$

Полученный результат сравнить с точным (см. 2.52).

Задача 5. Поле $U(x)$ представляет собой две симметричные потенциальные ямы (I и II), разделенные барьером



Если бы барьер был непроницаем для частицы, то существовали бы уровни энергии, отвечающие движению частицы только в одной или в другой яме, одинаковые для обеих ям. Возможность перехода через барьер приводит к расщеплению каждого из этих уровней на два близких уровня, соответствующих состояниям, в которых частица движется одновременно в обеих ямах. Определить величину расщепления (поле $U(x)$ предполагается квазиклассическим). (ЛЛ §50(3))

ГКК - Галицкий Е.М., Карнаков Б.М., Коган В.И. Задачи по квантовой механике, 1981;

ЕК - Елютин П.В., Кривченков В.Д. Квантовая механика, 1976

ЛЛ - Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика